Actualidades Pedagógicas

Volume 1 | Number 69 Article 12

2017-01-01

El uso de Symbolab en una secuencia didáctica para la detección de errores

Luis Amaurys López Márquez
Universidad Autónoma de Bucaramanga, llopez518@unab.edu.co

Follow this and additional works at: https://ciencia.lasalle.edu.co/ap

Citación recomendada
López Márquez, L. A.. (2017). El uso de Symbolab en una secuencia didáctica para la detección de errores. *Actualidades Pedagógicas*, (69), 227-245. doi:https://doi.org/10.19052/ap.4105

This Artículo de Investigación is brought to you for free and open access by the Revistas científicas at Ciencia Unisalle. It has been accepted for inclusion in Actualidades Pedagógicas by an authorized editor of Ciencia Unisalle. For more information, please contact ciencia@lasalle.edu.co.

doi: http://dx.doi.org/10.19052/ap.4105

El uso de Symbolab en una secuencia didáctica para la detección de errores

Luis Amaurys López Márquez
Universidad Autónoma de Bucaramanga, Colombia
llopez518@unab.edu.co

Resumen: Este artículo presenta los resultados de la implementación de una estrategia pedagógica fundamentada en la comprensión lectora para promover competencias matemáticas en estudiantes de séptimo grado, con la cual se busca fortalecer la competencia *razonamiento* en el uso del paréntesis y la resolución de polinomios aritméticos. La metodología aplicada es de tipo cualitativo; tiene como base los datos iniciales de las pruebas externas y forma parte de la propuesta de mejoramiento institucional del Colegio Pozo Cuatro.

Palabras clave: comprensión lectora, competencias matemáticas, razonamiento.

Recibido: 12 de septiembre de 2016
Aceptado: 15 de octubre de 2016

Cómo citar este artículo: López Márquez, L. A. (2017). El uso de Symbolab en una secuencia didáctica para la detección de errores. *Actualidades Pedagógicas*, (69), 227-245. doi: http://dx.doi.org/10.19052/ap.4105

The use of Symbolab in a didactic sequence for error detection

Abstract: This article presents the results of the implementation of a pedagogical strategy based on reading comprehension to promote mathematical competences in seventh grade students, which seeks to strengthen the *reasoning* competence in the use of parentheses and the resolution of arithmetic polynomials. The applied methodology is qualitative; it is based on the initial data of external tests and is part of the institutional improvement proposal at the Colegio Pozo Cuatro.

Keywords: reading comprehension, mathematical skills, reasoning.

O uso de Symbolab em uma sequência didática para a detecção de erros

Resumo: Este artigo apresenta os resultados da implementação de uma estratégia pedagógica fundamentada na compreensão de leitura para promover habilidades matemáticas em estudantes de sétimo grau, com a qual se busca fortalecer a habilidade *raciocínio* no uso do parêntese e na resolução de polinômios aritméticos. A metodologia aplicada é de tipo qualitativa; tem como base os dados iniciais das provas externas e forma parte da proposta de melhoramento institucional do Colégio Pozo Cuatro.

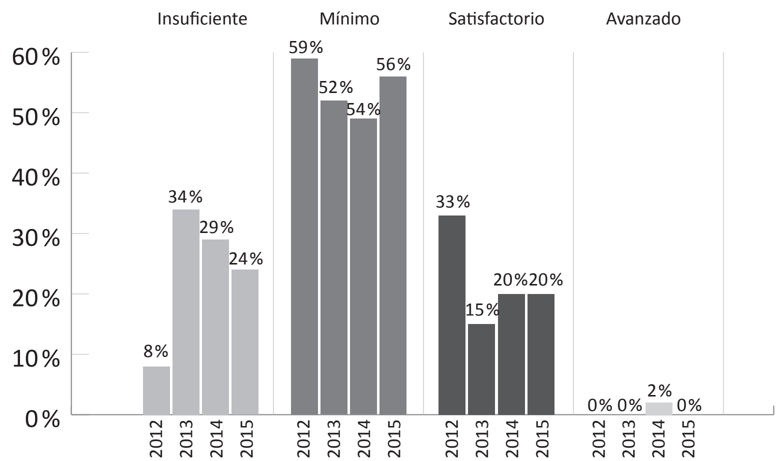
Palavras chave: compreensão de leitura, habilidades em matemática, raciocínio.

Introducción

La comprensión lectora es trascendental en el proceso de adquisición de nuevos conocimientos de cualquier individuo y marca un hito escolar en la transición de aprender a leer y leer para aprender. Como la lectura es la fuente principal de acceso a la información matemática, es necesario referirse a la comprensión lectora como un baluarte en el estudio de las matemáticas.

La relación entre aspectos lingüísticos y capacidades matemáticas ha sido estudiada por Zhang, Koponen, Räsänen, Aunola, Lerkkanen y Nurmi; en este nexo se destaca la resolución de los problemas verbales bajo contextos que favorecen un proceso de reflexión (Escudero, 2014). Aun cuando la enseñanza de las matemáticas se base en la comprensión, el proceso de reflexión no siempre tiene lugar, porque la mecánica para la resolución de problemas se limita a operacionalizar las cantidades observables sin detallar si se requieren, en lugar de primero intentar entender la situación planteada (Polya, 1965). Este artículo se desprende de la implementación de una estrategia de comprensión lectora que puede repercutir positivamente en el desarrollo de las competencias matemáticas de estudiantes del colegio Pozo Cuatro, en una zona rural colombiana, cuyo desempeño fue bajo en los resultados de las pruebas Saber entre los años 2012 y 2015 (figura 1).

Figura 1. Niveles de desempeño en lenguaje para el grado noveno



Fuente: elaboración propia con base en los resultados históricos de las pruebas Saber, Colegio Pozo Cuatro.

A partir de esta situación, a modo de consenso institucional, se ha centrado la atención en el área de lenguaje, bajo la hipótesis de un inacabado proceso de comprensión lectora que se evidencia en la carencia del gusto por la lectura, el manejo de la oralidad, el pensamiento crítico, el manejo del tiempo en la presentación de evaluaciones, la dificultad para mantener la continuidad de un escrito con coherencia y cohesión, entre otros, situaciones que posicionan a la institución en un nivel inferior y que se extienden a todas las áreas, incluida matemáticas.

Como parte de un colectivo de investigación, desde el área de matemáticas se promueve la implementación de estrategias pedagógicas fundamentadas en la comprensión lectora, para estimular competencias matemáticas en estudiantes de séptimo grado, en especial para fortalecer la competencia *razonamiento* frente al uso del paréntesis y la resolución de polinomios aritméticos.

Una estrategia para la comprensión es la representación semántica de expresiones matemáticas; esta consta de dos fases, de forma análoga al método *Moved by Reading* de Glenberg, Willford, Gibson, Goldberg y Zhu (2011). En la primera, los estudiantes leen una serie de expresiones matemáticas y se les pide que representen lo que se acaban de leer y que manipulen determinados elementos de la expresión, a manera de simulación. Representar las expresiones que se van a efectuar aumenta la profusión en el procesamiento de la información en el ámbito sensorial, cognitivo y motor. Además, la simulación elaborada permite validar si realmente se ha comprendido la expresión matemática que se ha leído o, por el contrario, tener la posibilidad de aprender del error que se ha cometido.

Una vez que los estudiantes tienen práctica en la representación de las expresiones, se procede con la segunda fase: en ella se pretende prescindir del elemento manipulativo —el cual se limita a ser un retroalimentador— e inducir las expresiones mentalmente. Para validar la mejora en la comprensión lectora, se propone completar algunas expresiones vistas por los estudiantes.

Antecedentes en el estudio de errores

Los errores pueden contribuir positivamente en el proceso de aprendizaje, porque no aparecen por azar, sino que surgen de un marco conceptual consistente basado en los conocimientos adquiridos con anterioridad. Como todo proceso de instrucción es en sí un generador de errores, se debe considerar la previsión de posibles fallas y su repercusión en el proceso de aprendizaje. De esta manera, al cometer un error, el estudiante expresa un carácter incompleto de su conocimiento y permite tanto a sus compañeros como a su docente intervenir para completar el conocimiento faltante o llevarlo a darse cuenta por sí mismo en qué estaba mal.

Al detectar un error, es posible determinar su origen para utilizar estrategias dirigidas a superar un obstáculo, dar sentido a los objetos matemáticos o crear una actitud racional hacia las matemáticas. Indudablemente, es difícil la superación de los obstáculos, ya que el conocimiento que le ha sido útil en múltiples ocasiones al estudiante es muy resistente al cambio conceptual o de paradigma. Para dar sentido a un objeto matemático no basta con mostrar un contraejemplo, como es usual, por lo que es razonable emplear otras situaciones que produzcan esquemas de fácil recuperación mental, apoyados en argumentos formales y en distintos sistemas de representación. Aún más arduo es motivar a un estudiante para que tome una postura favorable hacia las matemáticas, pero la superación de esta dificultad implica adquirir un conocimiento nuevo y mejor.

El análisis y categorización de los errores en el aprendizaje de las matemáticas se ha condicionado por las corrientes predominantes en pedagogía y psicología, así como por la estructuración del currículo en matemáticas

(Abrate, Pochulu y Vargas, 2006). Este inicia con investigaciones de los errores aritméticos en estudiantes de primaria en Estados Unidos y mediante el uso de las técnicas de introspección, como influencia de la psicología experimental en la pedagogía empírica en Alemania.

La mayor parte de los estudios sobre errores desarrollados antes de 1960 consisten en recuentos del número de soluciones incorrectas a una variedad de problemas y un análisis de los tipos de errores detectados; luego, se elabora una clasificación que permita determinar cómo surgen los errores a partir de la solución correcta, en la que se hacen inferencias sobre qué factores pueden haber conducido al error (Rico, 1995).

En la tabla 1 se presenta el abordaje de las posibilidades de utilización del análisis de errores, en el sentido de identificar y clasificar los errores cometidos por estudiantes y proponer estrategias para eliminarlos —con influencia conductista y del procesamiento de la información— o para explorar sus potencialidades —con influencia constructivista— en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Así mismo, se plantea usar los errores como instrumentos para explorar el funcionamiento mental, a partir de las ideas didácticas de Piaget y Vergnaud, y aprovechar los como elementos fundamentales para el desarrollo disciplinar, con base en los planteamientos de Kuhn y Lakatos.

Tabla 1. Diferentes posibilidades para el abordaje del error

Foco de interés	Eliminación del error	Exploración del error
Contenido técnico-matemático del error	Diagnosticar sus causas, ya que representa una falla del proceso	El error se considera un estadio necesario en el proceso de aprendizaje, el cual lleva a soluciones matemáticas
La naturaleza de la matemática	Se entiende como la incomprensión del estudiante sobre un concepto	Se reflexiona sobre los límites y características de la propia matemática
El proceso de aprendizaje de la matemática	El error como un instrumento de identificación de los problemas del currículo o de la metodología de enseñanza	El error como un instrumento para la comprensión de los procesos cognitivos de los estudiantes

Fuente: elaboración propia a partir de Borasi (1989).

Estrategia

Como proceso previo a la introducción del álgebra, se desarrolló una secuencia didáctica basada en el uso de los signos de agrupación para identificar algunas dificultades y errores que se observan en el proceso de su aprendizaje y validar hallazgos de otras investigaciones. El objetivo de esta secuencia es establecer las dificultades y los errores que caractericen y orienten una descripción del desarrollo de las competencias matemáticas que se producen en los estudiantes de grado séptimo al implementar una secuencia de enseñanza-aprendizaje, basado en el uso de la herramienta en línea Symbolab®.

La estrategia de enseñanza empleada fue el aprendizaje por inducción: consiste en analizar conceptos a partir de ejemplos, desde los cuales se plantean preguntas, con el propósito de reflexionar, discutir y comprender nociones. Su éxito depende de la calidad de los ejemplos elegidos, de la capacidad para formular las preguntas y de la creación de un ambiente de diálogo propicio, lo que exige un mayor tiempo para revisar los errores, pero posibilita altos niveles de motivación, concentración y comprensión en el estudiante (Guerrero y Terrones, 2013).

Los errores y las dificultades en matemáticas no son sinónimos. Los errores aparecen como intentos no exitosos en la adaptación de un aprendizaje a una nueva situación u otro contexto; mientras que las dificultades son el producto de la asociación y el refuerzo de redes complejas concretadas en forma de obstáculos, los cuales se manifiestan en los errores (Socas, 2007).

Como posibles causas de las dificultades se proponen: primero, la falta de reconocimiento de expresiones polinómicas aritméticas, que implica problemáticas asociadas con la utilización de números, la jerarquía de las operaciones y el uso de signos en la operación, así como del concepto *orden de evaluación*; y segundo, la duda del orden normal de las operaciones y del uso de las leyes conmutativa, asociativa y distributiva, incluso al conocer la jerarquía de las operaciones.

De igual manera, se toman como temáticas equivalentes las dificultades por la naturaleza del tema aritmético en el contexto matemático; las dificultades que surgen de los procesos del desarrollo cognitivo de los estudiantes y de la estructura y organización de sus experiencias; las dificultades atribuibles a la organización del currículo y al método de enseñanza utilizado en la práctica docente; las dificultades provocadas por actitudes afectivas y no racionales hacia la aritmética (Socas, 1989) y las dificultades aplicables al uso de una lengua extranjera en matemáticas.

La secuencia didáctica empieza con la distinción entre operación, resultado y operadores o símbolos, como se muestra en la tabla 2; así, se encuentran como errores comunes el mal uso de los términos en los procesos operatorios, por ejemplo, sumar tres y cuatro para que dé siete, en vez de expresar que la suma de tres y cuatro es siete.

Tabla 2. Distinción entre operación, resultado y operadores o símbolos

Operación	Resultado	Operadores o símbolos
Adición	Suma	(+) mas
Sustracción	Resta	(–) menos
Multiplicación	Producto	(×) aspa, (·) punto medio, (*) asterisco
División	Cociente y residuo	(÷) óbelo, (/) barra oblicua (;) punto y coma, (:) dos puntos
Potenciación	Potencia	(exponente) superíndice
Radicación	Raíz	(√) raíz, ($\overline{}$) vínculum
Logaritmación	Logaritmo	(base) subíndice

Fuente: elaboración propia.

Para usar los presaberes de los estudiantes, se dispone la lectura de siete operaciones, por ejemplo:

$$(3^2)^2, 9-7+5, 10 \div 2+5, (6+8) \div 2, (10-2^3), 3-(12-5\times 2), \sqrt[3]{8}-\log_3 9$$

Como resultado se obtienen errores en la lectura de las expresiones para la potencia de potencia, en la radicación y en la logaritmación; de forma intuitiva, los estudiantes utilizan el paréntesis como un elemento llamativo y señal para efectuar alguna acción que cambie el orden de las operaciones, al considerarlo como prioritario.

En el desarrollo de la secuencia fue útil considerar la división como la multiplicación por el recíproco (inverso multiplicativo) y menos útil tratar la sustracción como la suma del opuesto (inverso aditivo); sin embargo, se requirió una asignación de tiempo para su comprensión y la valoración de los errores cometidos por los estudiantes a la hora de aplicar dicha estrategia. El docente evitó utilizar expresiones como “quitar el paréntesis”, en vez de "efectuar las operaciones internas de los signos de agrupación"; así mismo, prescindió del tachado en la simplificación de expresiones fraccionarias, debido al uso de la estrategia de aprendizaje por inducción, la cual impidió que el docente interviniera como expositor y se desempeñara más como una persona experta que se encarga de corregir las expresiones expuestas ahora por los estudiantes.

El cierre de la primera hora lectiva se efectuó a través de la construcción de la jerarquía de las operaciones aritméticas y del concepto *polinomio aritmético*, como ejercicio colectivo a partir de las observaciones individuales de los ejercicios de práctica para el orden de operaciones, propuestos por la herramienta en línea Symbolab®, como se muestra en la tabla 3.

Tabla 3. Ejercicios de práctica que presenta Symbolab®

Ejercicio	Resultados obtenidos por los estudiantes
4+2×6	36; 12; 14; 16
5+4:2–1	9:1; 3:5; 6: 8
$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}; \frac{2}{10}; \frac{10}{5}$
$\frac{1}{5}+\frac{2}{3}$	$\frac{3}{8}; \frac{1}{4}; \frac{13}{15}$
$8 \div 2^2 - 2$	4; 2; 0; no se puede calcular
$-4^2 - 3^2 + 3^3$	–4; 2; –42; –5
$2+\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}; \frac{22}{5}; \frac{4}{10}; \frac{12}{5}$
$2\times\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}; \frac{2}{10}; \frac{4}{10}; \frac{12}{5}$
$1\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{6}; \frac{5}{12}; 1\frac{3}{7}$

Fuente: elaboración propia.

Se observa en cada ejercicio diversidad de errores, para los cuales Symbolab® permite a cada estudiante reconocer la dificultad asociada a su error, como la ignorancia de la jerarquía de las operaciones, el reconocimiento de fracciones homogéneas y la representación fraccional de un número entero.

En la segunda hora lectiva se presentaron ejercicios sin el uso de paréntesis que apuntaron al uso correcto de la propiedad distributiva; en la tercera hora lectiva, algunos ejercicios con paréntesis en los que se muestran falsos homomorfismos. En primera instancia, los estudiantes verificaron que las igualdades se cumplieran para cada ejercicio; posteriormente, los estudiantes propusieron un ejercicio análogo al cambiar por lo menos uno de los valores propuestos en cada ejercicio, lo que induce al concepto de *variable*, como se observa en la tabla 4.

Tabla 4. Ejercicios del uso correcto de la propiedad distributiva

Ejercicio	Cambios presentados por los estudiantes
$\frac{2+3}{7}=\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$	$\frac{5+3}{7}=\frac{5}{7}+\frac{3}{7}$
$\frac{8}{4+5}=\frac{8}{4}+\frac{8}{5}$	$\frac{8}{3+5}=\frac{8}{3}+\frac{8}{5}$
$\frac{2+3}{7}=\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$	$\frac{10+3}{7}=\frac{10}{7}+\frac{3}{7}$
$2:(8-4)=2:8-2:4$	$2:(16-4)=2:16-2:4$
$2\times[(-3)\times 4]=(2\times -3)(2\times 4)$	$7\times[(-3)\times 4]=(7\times -3)(2\times 4)$
$4\times(3+2)=4\times 3+2$	$4\times(8+2)=4\times 8+2$
$(4+5)^2=4^2+5^2$	$(4+9)^2=4^2+9^2$
$\sqrt[2]{49+81}=\sqrt[2]{49}+\sqrt[2]{81}$	$\sqrt[2]{22+81}=\sqrt[2]{22}+\sqrt[2]{81}$
$\log_2(32+16)=\log_2 32+\log_2 16$	$\log_6(32+16)=\log_6 32+\log_2 16$

Fuente: elaboración propia.

En el desarrollo de los ejercicios se reveló que los reemplazos efectuados por los estudiantes también presentan errores cuando seleccionan valores numéricos que aparecen en las igualdades más de una vez, como en el caso del cambio de base en la suma de logaritmos; sin embargo, se dejó en los estudiantes la duda razonable de verificar que se cumpla la equivalencia.

En la última hora lectiva se propuso el recurso de inducción para los cuadrados del binomio de la forma $(a+1)^2$, en la que a variaba desde 0 hasta 6, de uno en uno, como se muestra en la tabla 5. El propósito era que los estudiantes encontraran el error que se muestra en los resultados, en la medida que se cambiaron los valores del primer carácter del binomio respecto a la expresión ($a^2 + 1^2$), y que establecieran una relación entre el valor que cambiaba y el error encontrado, en lo cual no se tuvo éxito en el transcurso de la clase. No obstante, algunos estudiantes hallaron de forma experimental que los cambios graduales entre los resultados aumentaban de forma impar y de dos en dos; esta deducción no era parte del objetivo propuesto, pero revela el desarrollo de las competencias matemáticas en el ámbito inferencial.

Tabla 5. Inducción para los cuadrados del binomio

Ejercicio	Error entre los resultados	Ejercicio	Cambio en los resultados
$(0+1)^2 = 1$	$0^2 + 1^2 = 1$, νινγυνο	$(0+2)^2 = 4$	-
$(1+1)^2 = 4$	$1^2 + 1^2 = 2$, δοσ	$(1+2)^2 = 9$	5
$(2+1)^2 = 9$	$2^2 + 1^2 = 5$, χυατρο	$(2+2)^2 = 16$	7
$(3+1)^2 = 16$	$3^2 + 1^2 = 10$, σεισ	$(3+2)^2 = 25$	9
$(4+1)^2 = 25$	$4^2 + 1^2 = 17$, οχηο	$(4+2)^2 = 36$	11
$(5+1)^2 = 36$	$5^2 + 1^2 = 26$, διεζ	$(5+2)^2 = 49$	13
$(6+1)^2 = 49$	$6^2 + 1^2 = 37$, δοχε	$(6+2)^2 = 64$	15

Fuente: elaboración propia.

Como ejercicio valorativo, se planteó a los estudiantes completar ejercicios que se aplicaron anteriormente, con el fin de indagar qué procedimientos usaban para solucionarlos. Los estudiantes presentaron dificultades en la comprensión del problema matemático: más de la mitad de los estudiantes exponen no comprender la situación comunicativa, según lo evidencia la tabla 6. El error común que se observó es la falta de verificación en el resultado, de tal forma que si el estudiante hubiese contrastado la solución con el enunciado, el error habría podido evitarse.

Tabla 6. Encontrar el valor de la incógnita

Ejercicio	Resultados correctos (%)	Procedimientos no erróneos usados
$4+2\times(\quad)=16$	68,75	Ensayo y error
$2:[8-(\quad)]=0{,}5$	37,50	Inversión en el orden de las operaciones
$\frac{8}{4+(\quad)}=\frac{8}{9}$	81,25	Complemento aditivo
$2\times\frac{(\quad)}{5}=\frac{4}{5}$	56,25	Inverso multiplicativo, complemento multiplicativo
$2+\frac{2}{(\quad)}=\frac{12}{5}$	43,75	Suma de fracciones no homogéneas; argumento lógico: el cinco es el único denominador
$3-[(\quad)-5\times2]=1$	31,25	Ensayo y error
$((\quad)+2)^2=64$	75,00	Memoria, inversión en el orden de las operaciones

Fuente: elaboración propia.

Cierre

Es notable la falta de respuestas en los ejercicios que involucraron números racionales y las operaciones con radicales y potencias. El obstáculo expresado por los estudiantes se atribuye a la complejidad que presenta el contenido matemático, en tanto los ejercicios incluyeron intencionalmente diferentes expresiones matemáticas —números fraccionarios, enteros negativos, exponentes radicación de sumas— que generaron diferentes conflictos asociados a la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos.

La estrategia proseguirá con una serie de textos que presentan problemas matemáticos con información adicional irrelevante. Como leer comprensivamente expresiones matemáticas implica interpretar elementos que suministren información acerca de lo expresado, así como establecer un enlace comunicativo en la interacción símbolo-estudiante, la validación del nivel de comprensión se centrará en identificar los datos numéricos relevantes; la representación de expresiones textuales bajo símbolos y signos matemáticos ratificará la comprensión del problema expuesto en los textos.

Es necesario continuar con la validación de la estrategia pedagógica fundamentada en la comprensión lectora, con el fin de promover competencias matemáticas y comprobar si sus efectos a largo plazo se conservan en un periodo de dos años, durante el avance de la investigación, antes de sacar conclusiones de forma prematura; sin embargo, se manifiesta la necesidad de atender a los estudiantes en el reconocimiento de sus errores y mostrarles una ventana abierta a la posibilidad de aprender de estos, junto con el desarrollo de una serie de habilidades para representar expresiones matemáticas que les permitan establecer conexiones entre lo simbolizado y elementos simulados y del mundo real.

Así mismo, es relevante el manejo de la semántica empleada cuando se asigna una interpretación a los signos. En este caso, todas las orientaciones deben hacerse explícitas y de forma pausada para que el estudiante no dude en cómo proceder durante las representaciones.

Consideraciones frente a los errores

En general, los errores mostrados dependen de los contenidos de los ejercicios presentados y del proceso llevado por el docente; sin embargo, hay algunos que se han repetido en la lectura y representación de expresiones, como el uso incorrecto del paréntesis, la necesidad de clausura o cancelación y la confusión entre multiplicación y potencia. Así, es conveniente para la investigación, en un futuro próximo, prestar especial atención a la prevención y corrección oportuna de estos errores para establecer el origen y el tratamiento de los errores en el lenguaje algebraico.

Por otro lado, muchos errores se producen a partir de una ausencia de sentido. En algunos casos, son errores que están relacionados con cuestiones que han quedado sin resolver conceptualmente.

Los esquemas de análisis descritos han sido útiles para organizar los errores cometidos por los estudiantes en la mayoría de los ejercicios; sin embargo, no permiten examinar qué tipo de razonamientos siguen los estudiantes en todos los casos, ni identificar con garantías las distintas causas de los errores. De esta manera, se requiere una participación activa del estudiante para la superación del error, independientemente de su origen; por ello, como docente debo procurar llevarlo a un conflicto mental a partir de la observación de la inconsistencia de sus propios errores con apoyo de la herramienta en línea, de tal forma que participe activamente en la sustitución de los conceptos erróneos por unos adecuados que orienten su comprensión.

Consideraciones sobre la herramienta en línea

Se debe tener claro que la herramienta en línea no puede por sí misma enseñar a los estudiantes conceptos y habilidades matemáticas; así mismo, el material manipulativo no se puede convertir en el objeto de estudio, solo debe ser un medio que permita desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje, en este caso, del uso de los signos de agrupación y la resolución de polinomios aritméticos. En efecto, se presenta una paradoja con respecto al material: el docente lo considera como un control semántico del objeto matemático y el estudiante lo convierte en un objeto de enseñanza, por lo que no es un modelo correcto y no permite el control esperado (Hernández, Muñoz, Palarea, Ruano y Socas, 2008). Para librarse de este impase, el estudiante abandona la utilización manipulativa en la segunda fase de la estrategia y mantiene una manipulación mental por medio de la inducción. De este modo, cumple su papel de representación del objeto matemático y no se convierte en el fin mismo del aprendizaje.

Además, los materiales manipulativos se pueden convertir en un obstáculo frente a las reacciones de los estudiantes, las cuales pueden afectar el proceso de enseñanza y aprendizaje: depende de cómo se introduce el material manipulativo en las actividades en el aula. Tal como lo muestran lo anexos, la herramienta en línea viene por defecto en idioma extranjero, situación en la que el docente debe intervenir para evitar una reacción contraproducente en los estudiantes: es posible presentarla como la oportunidad de enriquecer su vocabulario en dos idiomas al tiempo y no como otra limitación que le impida el desarrollo de sus competencias.

Los estudiantes desarrollaron competencias correspondientes a los estándares especificados para el grado séptimo; sin embargo, algunos expresaron que los ejercicios correspondían a un nivel superior y otros no alcanzaron a relacionar los ejercicios de valoración con su respectiva expresión, vista anteriormente.

Alcances

En cuanto a la comprensión lectora, con esta estrategia se evidenció que los estudiantes pueden leer expresiones matemáticas y reconocer que su esfuerzo está en aprender de los errores, lo cual puede incorporarse en sus procesos de comprensión lectora y en el desarrollo de competencias comunicativas, factores que se reflejarán en mejores resultados de las pruebas presentadas en la institución.

Otros aciertos encontrados fueron la diferenciación entre operaciones, resultados y operadores o símbolos de las expresiones y el reconocimiento de los inversos aditivos y multiplicativos. Así mismo, el enriquecimiento del vocabulario en dos idiomas permite aumentar la capacidad de percepción de los estudiantes y representar con seguridad expresiones matemáticas.

Otro aspecto que es importante resaltar es la implementación de recursos didácticos en el aula para motivar los procesos e incentivar a los estudiantes a que sean más receptivos en su aprendizaje y en el desarrollo de sus potencialidades, dado que la herramienta en línea también presenta una versión para dispositivos móviles. Esta permite a los estudiantes explorar expresiones de cualquier nivel y desglosar paso a paso los procedimientos, en caso de que el estudiante no los reconozca, lo que implica un apoyo en los procesos de comprensión e interpretación; también permite desarrollar el proceso de simulación al considerar variaciones para cualquier valor numérico que se tome de las expresiones matemáticas propuestas en los ejercicios.

En consecuencia, es necesario reconocer que la estrategia pedagógica permitió detectar errores comunes de los estudiantes mediante la representación de expresiones con el apoyo de una herramienta en línea; así mismo, es importante mencionar que los estudiantes identificaron los errores que cometieron. Los estudiantes se sintieron inquietos al momento de representar diferentes expresiones en la herramienta con idioma extranjero, lo que evidencia la importancia de leer y escribir en una sociedad, en la que el individuo requiere destrezas para su progreso interpersonal e intrapersonal.

En síntesis, durante la implementación de la estrategia pedagógica, se estableció un alto grado de compromiso por parte de los estudiantes y del docente frente a procesos como:

- Desarrollar con más agrado las actividades planteadas en el aula.
- Reconocer su nivel de lectura y los errores cometidos al momento de leer, los cuales les sirvieron a sus compañeros para evitar equivocarse.
- Procurar elaborar representaciones adecuadas.
- Manifestar una actitud favorable frente a los procesos de comprensión lectora y el análisis inductivo.
- Desarrollar habilidades para leer con claridad expresiones matemáticas.

- Utilizar la lectura como fuente de motivación y aprendizaje en el área de matemáticas.
- Orientar la práctica de estrategias de comprensión lectora.
- Aproximar a los estudiantes al manejo de la herramienta en línea Symbolab®.
- Crear el hábito inductivo a través de pequeñas variaciones unitarias.
- Transformar la práctica pedagógica del docente a partir de actividades más motivadora y atractivas que contribuyen al mejoramiento de la lectura y la interpretación.
- Ampliar el vocabulario en los estudiantes como una forma de enriquecimiento personal.
- Incentivar a los estudiantes a trabajar la sintaxis, la semántica y la coherencia en las representaciones de expresiones, junto con un adecuado uso de signos de agrupación.

Referencias

Abrate, R., Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Villa María, Argentina: Universidad Nacional de Villa María.

Borasi, R. (1989). Usos constructivos de los errores matemáticos de los estudiantes: Una taxonomía. En *Reunión Anual de la Asociación Americana de Investigación Educativa* (pp. 1-34). San Francisco, Estados Unidos: Fundación Nacional de Ciencias.

Escudero, A. (2014). *Mejora la comprensión lectora y mejorarás también en matemáticas*. Recuperado de https://www.smartick.es/blog/index.php/mejora-la-comprension-lectora-y-mejoraras-tambien-en-matematicas/

Glenberg, A., Willford, J., Gibson, B., Goldberg, A. y Zhu, X. (2011). Improving reading to improve math. *Scientific Studies of Reading*, *16*(4), 316-340.

Guerrero, L. y Terrones, D. (2013). *Repertorio de estrategias pedagógicas*. Piura, Perú: PROMEB.

Hernández, J., Muñoz, M., Palarea, M., Ruano, R. y Socas, M. (2008). Materiales manipulativos para la enseñanza y aprendizaje del álgebra en la educación obligatoria. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, (9), 115-145.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de la matemática. En J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rico (Eds.), *Educación matemática* (pp. 69-108). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

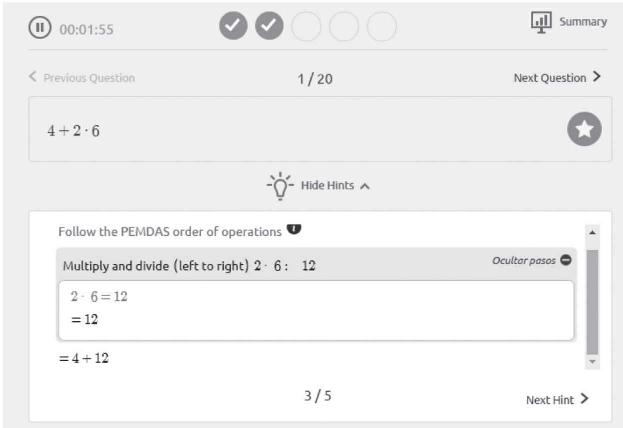
Socas, M. (1989). *Iniciación al álgebra*. Madrid: Síntesis.

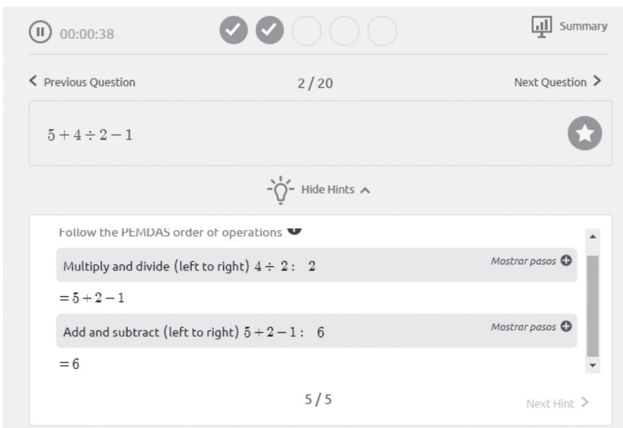
Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. *Investigación en Educación Matemática*, *11*, 19-52.

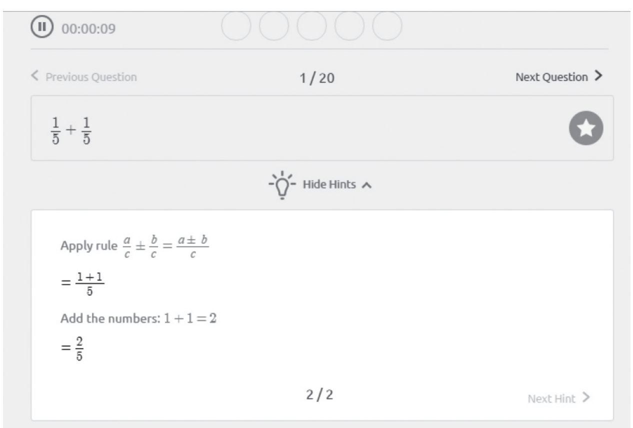
Solé, I. (1998). La enseñanza de estrategias de comprensión lectora. En I. Solé, *Estrategias de lectura* (pp. 67-84). Barcelona: Graó. Recuperado de http://bit.ly/2ahJ7dm

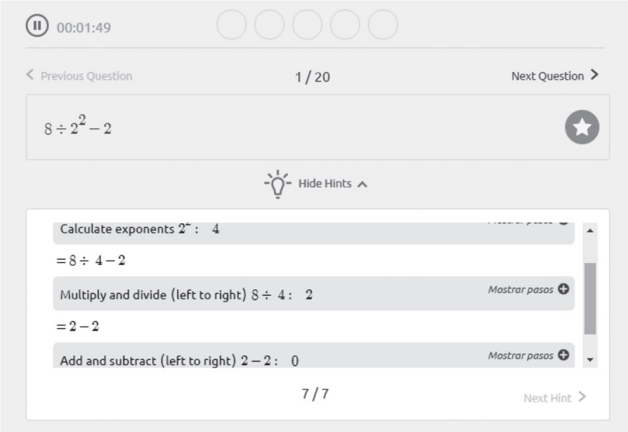
Solé, I. (2012). Competencia lectora y aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación*, *59*, 43-61.

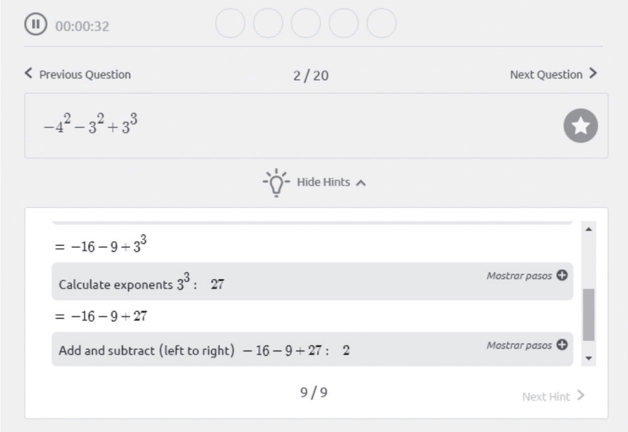
Anexos


00:01:55
Summary
Previous Question
1 / 20
Next Question
$4+2\cdot 6$
Hide Hints
Follow the PEMDAS order of operations
Multiply and divide (left to right) $2\cdot 6$: 12
Ocultar pasos
$2\cdot 6=12$
$=12$
$=4+12$
3 / 5
Next Hint


00:00:38
Summary
Previous Question
2 / 20
Next Question
$5+4\div 2-1$
Hide Hints
Follow the PEMDAS order of operations
Multiply and divide (left to right) $4\div 2$: 2
Mostrar pasos
$=5+2-1$
Add and subtract (left to right) $5+2-1$: 6
Mostrar pasos
$=6$
5 / 5
Next Hint


00:00:09
Previous Question
1 / 20
Next Question
$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$
Hide Hints
Apply rule $\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$
$=\frac{1+1}{5}$
Add the numbers: $1+1=2$
$=\frac{2}{5}$
2 / 2
Next Hint


00:01:49
Previous Question
1 / 20
Next Question
8 ÷ 2² − 2
Hide Hints
Calculate exponents 2²: 4
= 8 ÷ 4 − 2
Multiply and divide (left to right) 8 ÷ 4: 2
Mostrar pasos
= 2 − 2
Add and subtract (left to right) 2 − 2: 0
Mostrar pasos
7 / 7
Next Hint


00:00:32
Previous Question
2 / 20
Next Question
−4² − 3² + 3³
Hide Hints
= −16 − 9 + 3³
Calculate exponents 3³: 27
Mostrar pasos
= −16 − 9 + 27
Add and subtract (left to right) − 16 − 9 + 27: 2
Mostrar pasos
9 / 9
Next Hint